

# Symetrie

- ❖ Symetrie a prawa zachowania
- ❖ Zachowanie momentu pędu (niezachowanie spinu)
- ❖ Parzystość, sprzężenie ładunkowe
- ❖ Symetria CP
- ❖ Skrętność (eksperyment Goldhabera)
- ❖ Zależność spinowa oddziaływań słabych
- ❖ Mieszanie  $K^0$
- ❖ Niezachowanie CP
- ❖ Oscylacje dziwności

# Symetrie i prawa zachowania

**Twierdzenie Noether:** prawa zachowania wynikają z symetrii teorii.  
Albo: niezmienniczość hamiltonianu względem jakiejś transformacji implikuje zachowanie wielkości stowarzyszonej z tą transformacją.

## Symetria:

przesunięcie w czasie

przesunięcie w przestrzeni

obrót

odbicie w przestrzeni

transformacja cechowania

## Zachowana wielkość

energia

pęd

moment pędu

parzystość

zachowanie ładunku elektr.

# Niezmienniczosc względem rotacjom

Niezmienniczość względem rotacjom  zachowanie momentu pedu

Uwaga: Odnosi sie do izolowanego, zamkniętego układu (nie działają żadne siły zewnętrzne).

Dla czastek ze spinem S:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$[\hat{J}, \hat{H}] = 0$$

$$[\hat{L}, \hat{H}] = -[\hat{S}, \hat{H}] \neq 0$$

Na ogół oddzielnie moment orbitalny i spin nie są zachowane z powodu istnienia sił zależnych od spinu.

Często jest dobrym przybliżeniem:

$$[\hat{L}^2, \hat{H}] = [\hat{S}^2, \hat{H}] = 0$$

Często oddz. odwracają kierunek spinu, ale nie jego wartość.

# Spin

Spin to całkowity moment pędu cząstki w jej układzie spoczynkowym. Jeśli cząstka jest izolowana to wg reguł gry jej spin jest zachowany. Ale na ogół tak nie jest.

Weźmy spin deuteronu  $S=1$ .

Bierze się on z dodawania spinów protonu i neutronu oraz orbitalnego  $L=0$ .

Wynikiem tego jest moment mgt deuteronu:

$$\mu_d = \mu_p + \mu_n = (2,793 - 1,913)\mu_j = 0,880\mu_j$$

$$\text{Z pomiarów: } \mu_d = 0,857\mu_j$$

Jądrowy magneton

$$\mu_j = \frac{e\hbar}{2M_p}$$

Różnica bierze się stąd, że jest domieszka stanu  $L=2$   
( $L$  nie jest dobrą liczbą kwantową)

# Transformacja parzystości

$$\hat{P}\psi(\vec{x}, t) = P_a \psi(-\vec{x}, t), \quad P_a = +1, -1$$

Dla cząstki w spoczynku:  $P_a$  jest wartością własną operatora parzystości - mówimy, że jest to parzystość wewnętrzna cząstki. Gdy cząstka ma orbitalny moment pędu  $l$ :  $P = P_a (-1)^l$

Transformacja parzystości działa tak, że:

$$\vec{v} \rightarrow -\vec{v} \quad \text{wektory}$$

$$\vec{J} \rightarrow \vec{J} \quad \text{pseudowektory (np. spin)}$$

Zgodnie z r-niem Diraca parzystości cząstek i antycząstek są przeciwne:  $P_f P_{\bar{f}} = -1$  Konwencja:  $P_f = 1, P_{\bar{f}} = -1$

Konsekwentnie parzystość mezonów  $P_{meson} = P_q P_{\bar{q}} (-1)^L = (-1)^{L+1}$   
i podobnie barionów:

$$P_B = P_a P_b P_c (-1)^{L_1+L_2} (-1)^{L_3} = (-1)^{L_1+L_2+L_3} = -P_{\bar{B}}$$

# Transformacja parzystości

Opis oddz. elmgt i silnych nie zmienia się po odwróceniu wszystkich współrzędnych przestrzennych, czyli te oddz. zachowują parzystość.

Natomiast doświadczenia pokazały, że oddz. słabe nie zachowują parzystości.

Stwierdzili to w 1956 Lee i Young na podstawie danych doświadczalnych.

Potem potwierdzono w doświadczeniu Wu badając rozpad:

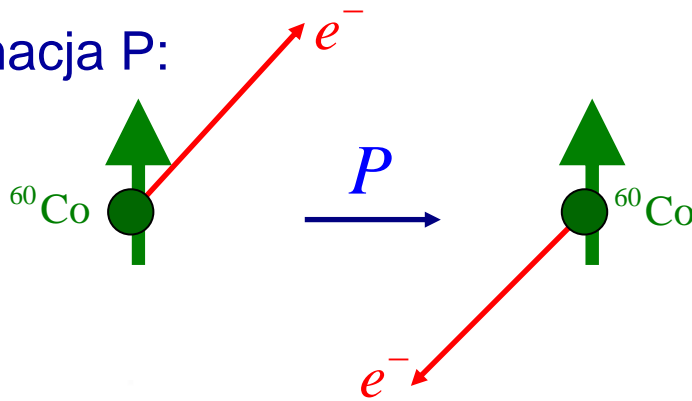


# Asymetria lewo-prawo w oddziaływaniach słabych.

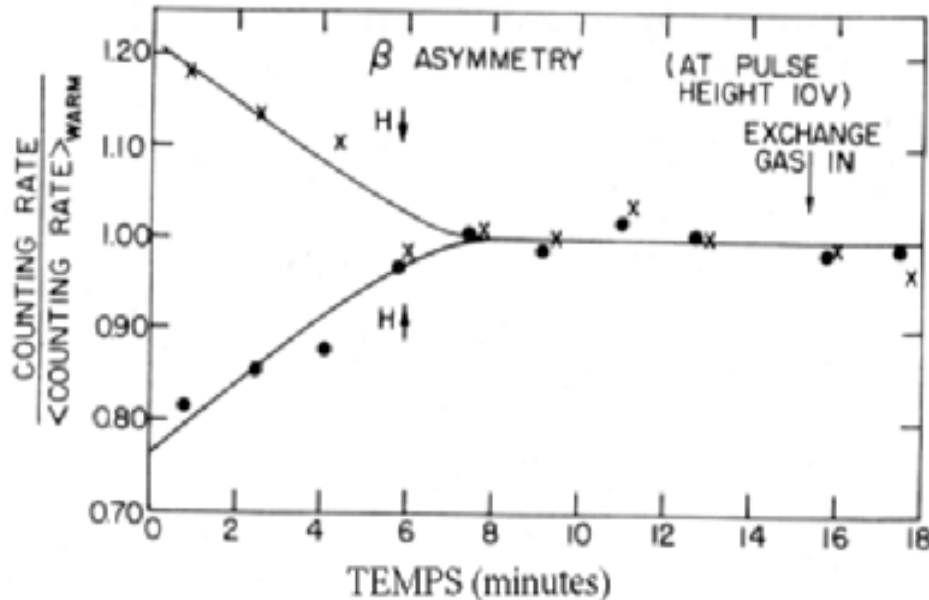
# Doświadczenie Wu et al. (1957)

Badano rozpad:  ${}^{60}\text{Co} \rightarrow {}^{60}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$

Transformacja P:



Gdyby parzystość była zachowana prawd. emisji elektronów do przodu i do tyłu względem spinu jądra byłoby takie samo.



Jądra kobaltu były spolaryzowane: umieszczone w polu mgt, które ustawiało momenty mgt. jąder (a więc i spiny) zgodnie z kierunkiem pola (przez kilka minut). Obserwowano więcej elektronów w kierunku przeciwnym do pola.

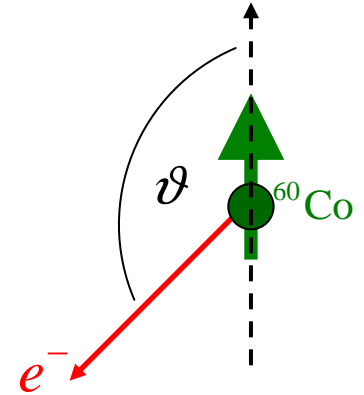


# Doświadczenie Wu et al. (1957) (c.d.)

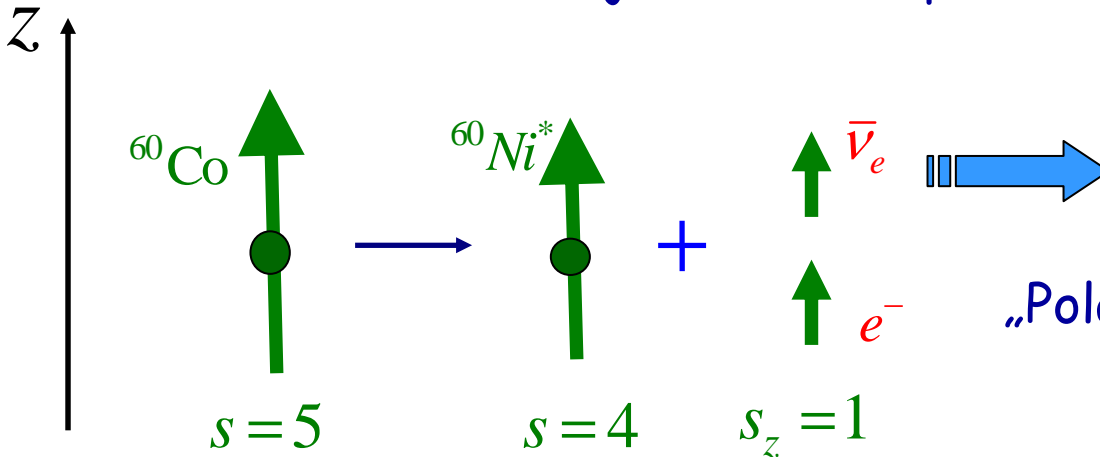
Obserwowano rozkład kątowy elektronów:

$$f(\vartheta) = C(1 + \alpha \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E}) = C(1 + \alpha \frac{v}{c} \cos \vartheta)$$

gdzie  $\vec{\sigma} = \frac{\vec{s}_{Co}}{s_{Co}}$  oraz  $\alpha = -1$



Z zachowania składowej z momentu pędu układu:



„Polaryzacja podłużna” elektronów:

$$P = \frac{f(0) - f(\pi)}{f(0) + f(\pi)} = \alpha \frac{v}{c} = -\frac{v}{c}$$

Preferowane spiny elektr. przeciwne do ich kierunku.

# Skrętność (helicity)

Skrętność

$$H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{s \cdot p}$$

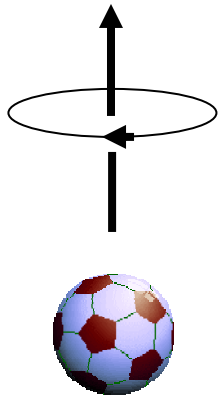
czyli skrętność to znak rzutu spinu na kierunek ruchu cząstki.

Zgodnie z r-niem Diraca dla cząstek bezmasowych (albo ultrarelatywistycznych)

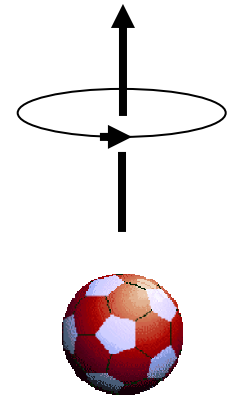
$$H = \pm 1$$

$H = -1$  stany lewoskrętne LH np:  $e_L^-$

$H = +1$  stany prawoskrętne RH np:  $e_R^-$



czyli w eksperymencie Wu et al.  
zaobserwowano, że bardziej  
prawdopodobna jest produkcja stanów  
LH elektronów.



# Sprzężenie ładunkowe C

Transformacja C zamienia cząstki w antycząstki.

Czyli np. zamienia rozpad  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

w rozpad:  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$

Rozkłady kątowe mają postać (w cms mionu):

$$f_{\pm}(\vartheta) = C \left( 1 + \frac{\alpha_{\pm}}{3} \cos \vartheta \right)$$

Gdyby obowiązywała niezmienniczość C to:  $\alpha_+ = \alpha_-$

Tymczasem z pomiarów:

$$\alpha_- = -\alpha_+ = -1,00 \pm 0,04$$

preferowane:

$$e_L^-, e_R^+$$



C nie jest zachowane

# Rozpady spolaryzowanych mionów c.d.

Analizujemy rozpady mionu w spoczynku :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

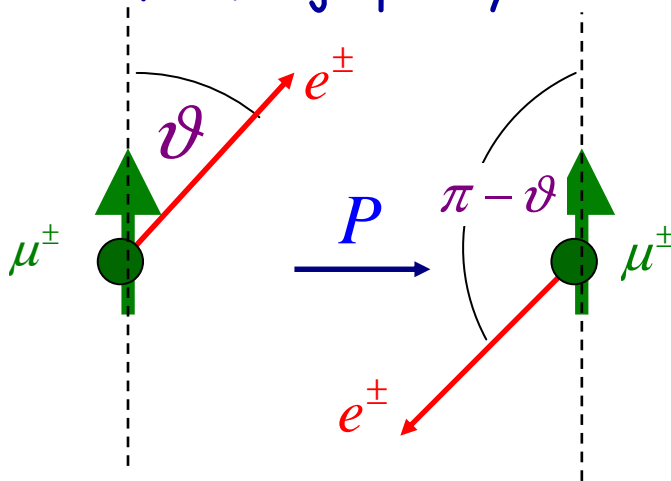
$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Miony z rozpadów:  $\pi \rightarrow \mu + \nu$  są naturalnie spolaryzowane

O rozkładach kątowych:

$$f_\pm(\vartheta) = C \left( 1 + \frac{\alpha_\pm}{3} \cos \vartheta \right)$$

Transformacja parzystości P:



Czyli gdyby P było zachowane:

$$f_\pm(\vartheta) = f_\pm(\pi - \vartheta) \quad \Rightarrow \quad \alpha_\pm = 0$$

A tymczasem z pomiarów:

$$\alpha_- = -\alpha_+ = -1,00 \pm 0,04$$

czyli ani P ani C nie jest zachowane.

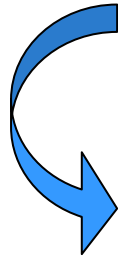
Ale zauważmy, że w wyniku parzystości kombinowanej CP:

$$f_+(\vartheta) = f_-(\pi - \vartheta) \quad \Rightarrow \quad \alpha_- = -\alpha_+ \quad \text{zgodnie z pomiarami}$$

# Niezmienniczość CP

Reasumując:

Łamanie parzystości  $P$  jest kompensowane przez łamanie symetrii ładunkowej  $C$



zachowanie  $CP$

ale tylko przybliżone.....

# Skrętność neutrin

Dla neutrin o bardzo małych masach mamy z r-nia Diraca skrętność:

$$H = \pm 1$$

Skrętność zmierzono w eksperymencie Goldhabera et al. (1958)

-

często oceniany jako najpiękniejszy eksperyment w fizyce.

Okazało się, że neutrina są lewoskrętne.

# Eksperyment Goldhabera

rysunki wykonane przez mgr G. Brone



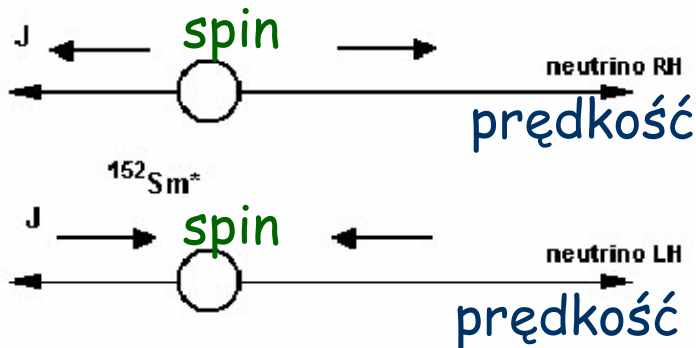
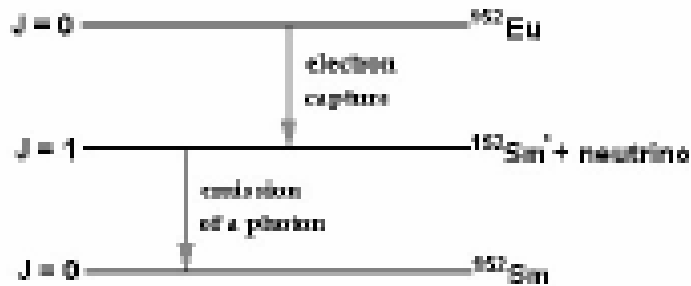
elektron z orbity K

Całkowity moment pędu stanu początkowego dany przez spin wychwyconego elektronu.

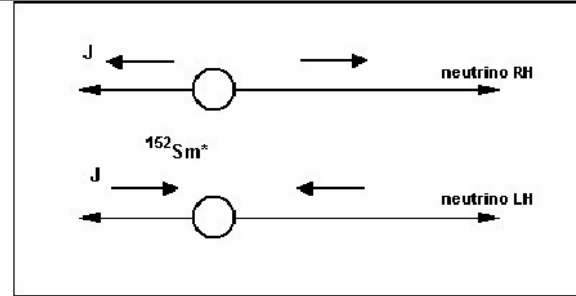
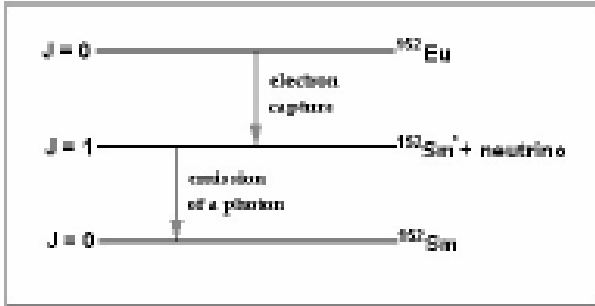
stany końcowe:

czyli spiny są przeciwne

czyli jądro odrzutu ma tę samą skrętność co neutrino .  
tzn. RH lub LH



# Eksperyment Goldhabera (cd)



RH  
LH

Następnie:

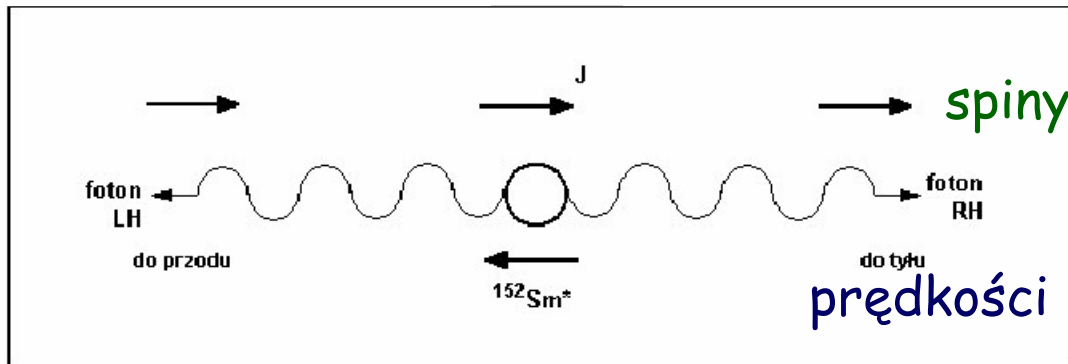


gamma musi wynieść moment pędu  
wzbudzonego jądra

Rozważmy przypadek LH:

gdy foton do przodu

gdy foton do tyłu



czyli gammy do przodu  
muszą być LH

Podobnie można pokazać,  
że w przyp. RH:

gammy do przodu muszą  
być RH

Czyli skrętność gamm  
do przodu jest taka  
sama jak neutrin.



# Eksperyment Goldhabera (cd)

Czyli musimy:

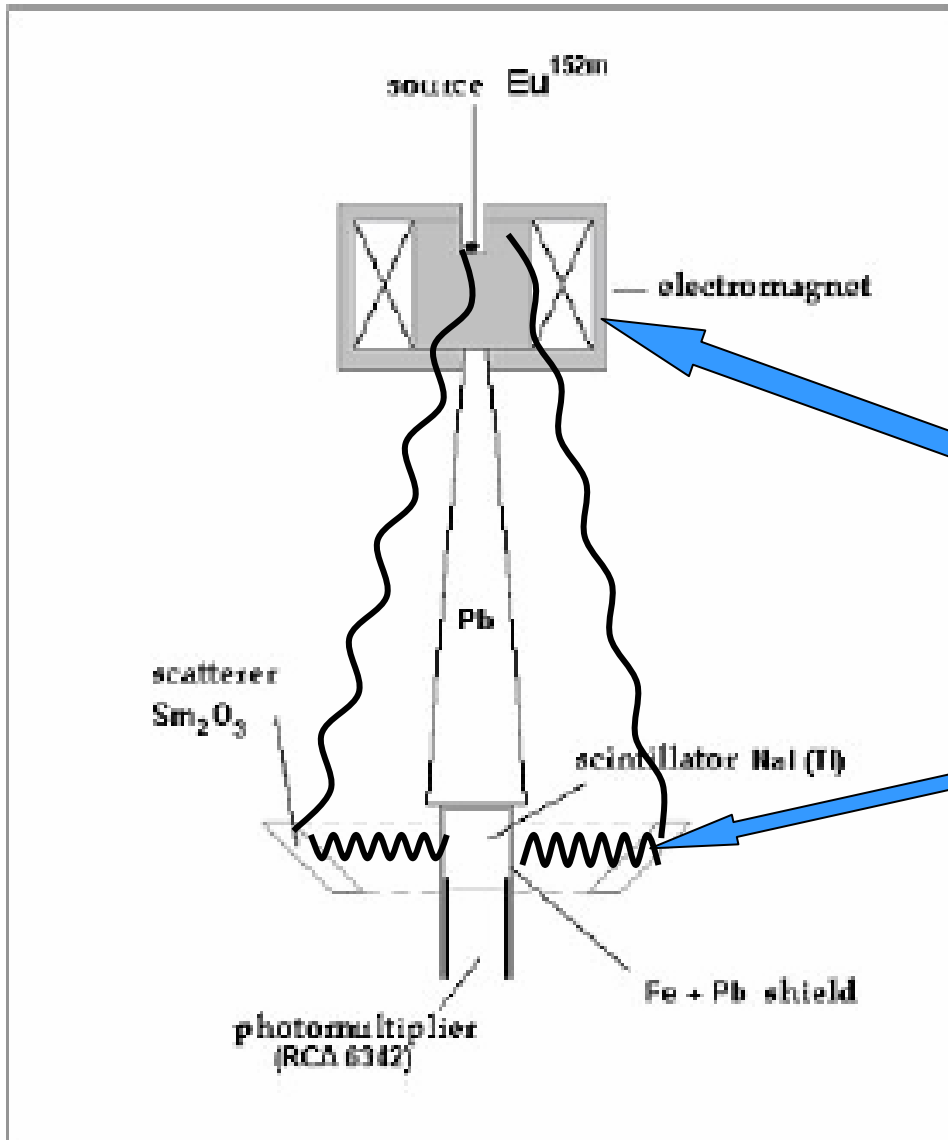
- wybrać gammy do przodu
- zmierzyć ich polaryzację

Inny wspaniały pomysł: użyć rozpraszania rezonansowego:



możliwe wyłącznie dla gamm do przodu, które mają energie trochę większe niż energia wzbudzenia (umożliwiając przekazanie pędu jądra wzbudzonemu)

# Schemat eksperymentu Goldhabera



➤ Wychwył elektronu przez  $^{152}\text{Eu}$

➤ Rozpad  $^{152}\text{Sm}^*$  z emisją gamm

➤ Pomiar polaryzacji gamm przez rozpraszanie na spolaryzowanych elektronach w żelazie (pole mgt)

➤ Rozpraszanie rezonansowe w  $^{152}\text{Sm}$  wybiera tylko gammy wystane do przodu

# Wynik eksperymentu Goldhabera

$$\delta = \frac{(N_- - N_+)}{\frac{1}{2}(N_- + N_+)} = +0,017 \pm 0,003$$

+ lub - odnosi się do kierunku pola mgt które polaryzuje spiny elektronów żelaza, które działają jako polarymetr dla gamm.

**Konkluzja: neutrina są lewoskrętne**

# Skrętność neutrin

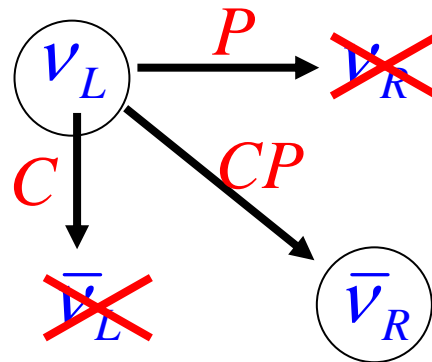
Zgodnie z r-niem Diraca dla cząstek bezmasowych  
(albo ultrarelatywistycznych)

$$H = \pm 1$$

$$H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{s \cdot p}$$

Z doświadczenia: obserwowano tylko  
lewoskrętne neutrina  
i prawoskrętne antyneutrina

Działanie transformacji  $P, C$  i  $CP$ .



# Zależność spinowa słabych oddziaływań

Widzieliśmy, że polaryzacja elektronów w rozpadach beta:

$$P = \frac{f(0) - f(\pi)}{f(0) + f(\pi)} = \alpha \frac{v}{c}$$

$\alpha = -1$  dla leptonów

$\alpha = +1$  dla antyleptonów

Inaczej możemy to wyrazić tak:

że w oddz. słabym leptony emitowane są jako kombinacje liniowe stanów lewoskrętnych L i prawoskrętnych R.

Czyli leptony będą wyemitowane w stanie R z prawdop.

$$\rho_R = \frac{N_R}{N_L + N_R}$$

a w stanie L z prawdop.

$$\rho_L = \frac{N_L}{N_L + N_R}$$

Wtedy polaryzację możemy wyrazić przez względną różnicę stanów L i R:

$$P = \frac{N_R - N_L}{N_L + N_R} = \rho_R - \rho_L$$

# Zależność spinowa słabych oddziaływań

Czyli w oddz. słabych polaryzacja produkowanych (anty)leptonów jest :

$$P = \rho_R - \rho_L$$

$$P = \alpha \frac{v}{c} \quad \alpha = -1 \text{ dla leptonów}$$
$$\alpha = +1 \text{ dla antyleptonów}$$

Ponieważ jednocześnie:  $\rho_R + \rho_L = 1$

więc:  $\rho_R = \frac{1}{2} \left( 1 + \alpha \frac{v}{c} \right)$        $\rho_L = \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha \frac{v}{c} \right)$

tnz. leptony są produkowane w stanie L z prawd:

$$\rho_L = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \xrightarrow{v \rightarrow c} 1$$

antyleptony są produkowane w stanie P z prawd:

$$\rho_R = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \xrightarrow{v \rightarrow c} 1$$

Natomiast prawd. stanów z tzw. „złą skrętnością” jest:

$$1 - \frac{v}{c} \approx \frac{m^2}{2E^2}$$

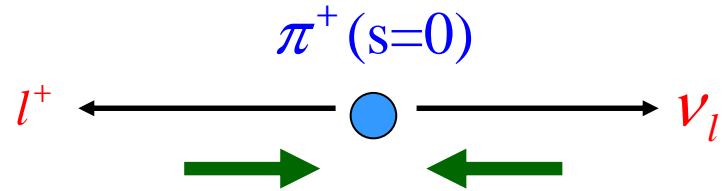
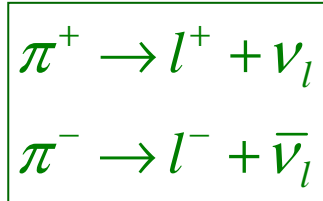
tnz. w przypadku ultrarelat.  
leptony produkowane są LH  
a antyleptony RH

# Zależność spinowa słabych oddziaływań

Udział stanów o złej skrętności w oddz. słabych jest zmniejszony przez czynnik:

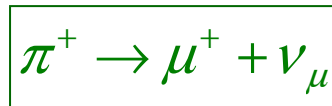
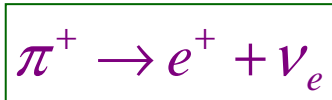
$$1 - \frac{v}{c} \approx \frac{m^2}{2E^2}$$

Przykład: rozpady



czyli lepton / ma „złą” skrętność

Prawd. rozpadu:



jest zmniejszone o czynnik

$$\frac{m_e^2}{E^2}$$

$$\frac{m_\mu^2}{E^2}$$

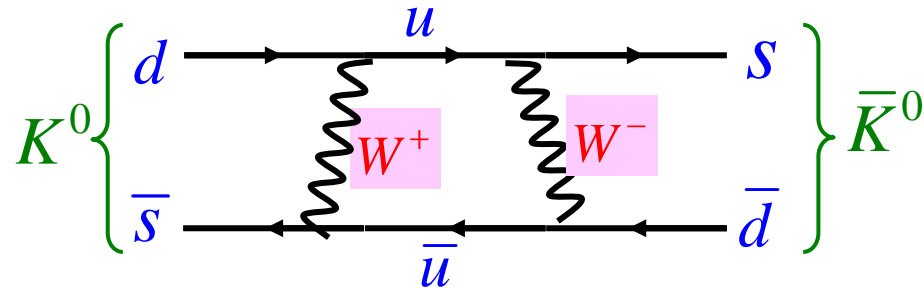
a stosunek prawd:  $\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 = 2 \cdot 10^{-5}$

Zmierzono:

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = (1,230 \pm 0,004) \cdot 10^{-4}$$

# Mieszanie $K^0 - \bar{K}^0$

Niezachowanie  
dziwności powoduje  
mieszanie:



Nie ma „dobrych”, zachowanych liczb  
kwantowych, które odróżniałyby stany:  $K^0$  i  $\bar{K}^0$

Dlatego obserwowanymi cząstkami  
są pewne kombinacje liniowe:  $aK^0 + b\bar{K}^0$

Szukamy takich kombinacji, które są stanami własnymi **CP**



# Mieszanie $K^0 - \bar{K}^0$

Szukamy takich kombinacji, które są stanami własnymi  $CP$

$$C|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad C|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

$$CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad CP|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

A stany własne  $CP$ :

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\} \quad CP = 1$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\} \quad CP = -1$$

Jeśli  $CP$  jest zachowane to powinny zachodzić rozpady:

$$K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \quad K_1^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$$

$$K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \quad K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$$

Bo można pokazać, że:  $CP(\pi\pi) = 1$   $CP(\pi\pi\pi) = -1$

# Mieszanie $K^0 - \bar{K}^0$

Jeśli CP jest zachowane to powinny zachodzić rozpady:

$$K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-, \quad K_1^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$$

$$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0, \quad K_2^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$$

Obserwowane są:

$$K_{s(short)}^0 \quad \tau = 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$K_{L(long)}^0 \quad \tau = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad B=0,31$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \quad B=0,21$$

$$K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \quad B=0,69$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad B=0,13$$

Wygląda na to, że:

$$K_s^0 = K_1^0$$

$$K_L^0 = K_2^0$$

Ale w 1964 zaobserwowano  
b. rzadkie rozpady:

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad B=10^{-3}$$



niezachowanie  
CP

# Niezachowanie CP

Ale zaobserwowano b. rzadkie rozpady:

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

$$B=10^{-3}$$



niezachowanie CP

Czyli obserwowane cząstki: nie są identyczne ze stanami własnymi CP:

$$K_S^0, K_L^0$$

~~$$K_S^0 = K_1^0$$~~

~~$$K_L^0 = K_2^0$$~~

Musimy obserwowane stany skonstruować ze stanów o  $CP=1$  i  $CP=-1$ :

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left\{ \varepsilon |K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle \right\}$$

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left\{ |K_1^0\rangle - \varepsilon |K_2^0\rangle \right\}$$

$$|\varepsilon| = 2,3 \cdot 10^{-3}$$

a) Obserwowana reakcja bierze się ze składowej

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

$$K_1^0$$

b) Może się też brać z rozpadu który łamałby CP

$$K_2^0$$

Łamanie CP przez a) mieszanie różnych stanów CP oraz b) „łamanie CP wprost”

parametr łamiący CP

# Niezmienniczość CPT

Wiele wskazuje na to, że zachowana jest symetria:

*CPT*

Wymaga ona aby były takie same:

- ❖ masy cząstek i antycząstek
- ❖ czasy życia cząstek i antycząstek

Wynika z niej również, że łamanie *CP* jest równoważne łamaniu *T*

# Regeneracja $K_S^0$

Obserwacja:



$$\begin{aligned} K_S^0 &\rightarrow \pi\pi \\ K_L^0 &\rightarrow \pi\pi\pi \end{aligned}$$

W dalszym ciągu zaniedbujemy mały efekt łamania CP:

$$|K_S^0\rangle = |K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle \}$$

$$|K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle \}$$

Pamiętamy, że

$$\begin{aligned} |K^0\rangle &= (d\bar{s}) \\ |\bar{K}^0\rangle &= (\bar{d}s) \end{aligned}$$

to stany oddziaływań silnych, czyli zachowują dziwność i dlatego są w różnym stopniu absorbowane w materii, a więc zmieni się ich względna proporcja.

Np. zachodzi reakcja:  $\bar{K}^0 + p \rightarrow \pi^+ + \Lambda^0$   
a nie ma odpowiedniej reakcji dla:  $K^0$

# Regeneracja $K_S^0$

Założmy, że absorpcja zmniejszyła składową  $|K^0\rangle$  o czynnik  $f$   
a składową  $|\bar{K}^0\rangle$  o czynnik  $\bar{f}$

Po przejściu przez absorber:

$$|K_L^0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \{ f |K^0\rangle - \bar{f} |\bar{K}^0\rangle \} = \frac{f + \bar{f}}{2} |K_L^0\rangle + \frac{f - \bar{f}}{2} |K_S^0\rangle$$

Regeneracja jeśli:  $\bar{f} \neq f$

# Oscylacje dziwności

Założmy, że w chwili początkowej mamy:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle \right\}$$

Po czasie  $t$ :  $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ a_S(t) |K_S^0\rangle + a_L(t) |K_L^0\rangle \right\}$

gdzie  $a_\alpha(t) = e^{-im_\alpha t} e^{-\Gamma_\alpha t/2}$   $\alpha=S,L$

Stany  $K_S^0$  i  $K_L^0$  rozpadają się z czasami życia:  $\tau_\alpha = \frac{1}{\Gamma_\alpha}$   $\tau_S = 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$   
 $\tau_L = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$

Po czasie:  $\tau_S \ll t < \tau_L$  zostaje tylko składowa  $K_L^0$

A dla  $t \sim \tau_S$  warto zapisać:

$$|K^0\rangle \rightarrow \left\{ A(t) |K^0\rangle + \bar{A}(t) |\bar{K}^0\rangle \right\}$$

gdzie

$$A(t) = \frac{1}{2} [a_S(t) + a_L(t)]$$

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{2} [a_S(t) - a_L(t)]$$

# Oscylacje dziwności

$$|K^0\rangle \rightarrow \left\{ A(t) |K^0\rangle + \bar{A}(t) |\bar{K}^0\rangle \right\}$$

gdzie

$$A(t) = \frac{1}{2} [a_S(t) + a_L(t)]$$

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{2} [a_S(t) - a_L(t)]$$

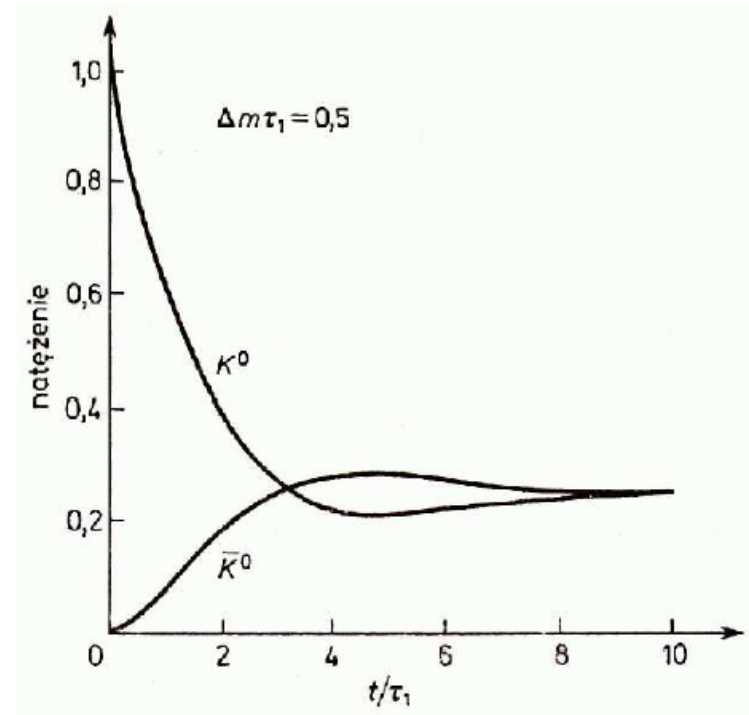
Wtedy natężenia obu składowych:

$$I(K^0) \equiv |A(t)|^2 = \frac{1}{4} \left\{ e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t) \right\}$$

$$I(\bar{K}^0) \equiv |\bar{A}(t)|^2 = \frac{1}{4} \left\{ e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)\frac{t}{2}} \cos(\Delta m t) \right\}$$

$$\Delta m = |m_S - m_L|$$

$$m(K_L^0) - m(K_S^0) = 3,5 \cdot 10^{-12} \text{ MeV}$$





# Własności mezonów $K^0, \bar{K}^0$

Mezony  $K^0, \bar{K}^0$  mają określone masy:

$$m(K^0) = m(\bar{K}^0) \equiv M = 497,672 \pm 0,031 \text{ MeV}$$

$$\frac{|m(K^0) - m(\bar{K}^0)|}{M} < 10^{-18}$$

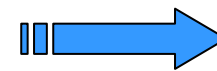
potwierdzenie CPT

Ale nie mają określonych czasów życia, bo rozpadają się ich mieszanki.

Z kolei stany  $K_L^0, K_S^0$  mają określone czasy życia ale mają różne masy:

$$\tau_S = 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$
$$\tau_L = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$m(K_L^0) - m(K_S^0) = 3,5 \cdot 10^{-12} \text{ MeV}$$



z powodu efektów wyższych rzędów